

PRZYKŁAD 3.1

Utworzyć równania stanu opisujące dynamikę sieci pokazanej na rys. 1. Jako zmienne wyjściowe przyjąć prądy w elementach reaktancyjnych: i_L , i_{C1} , i_{C2} . Przeprowadzić symulację stanu przejściowego w tym obwodzie przyjmując, że znane są parametry obwodu oraz wymuszenia: $e = e(t)$ oraz $j = j(t)$. Porównać uzyskane wyniki z przebiegami otrzymanymi z modelu ATP-EMTP.

Obwód zawiera trzy elementy LC ($n_{LC} = 3$), przy czym $n_{CE} = 1$ (oczko utworzone z elementów e , C_1 , C_2), $n_{LJ} = 0$. Zatem liczba równań niezależnych: $n = 2$.

W charakterze zmiennych stanu wybieramy prąd i_L oraz napięcie u_{C2} .

Piszemy równania obwodu:

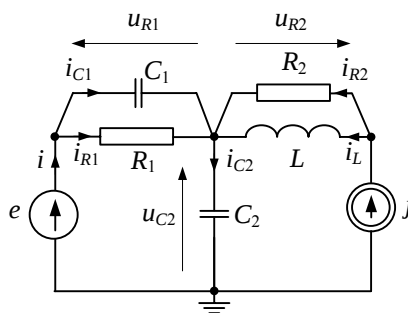
- równania węzłowe

$$j - i_L - i_{R2} = 0, \quad C_1 \frac{du_{R1}}{dt} + i_{R1} - i = 0, \quad C_2 \frac{du_{C2}}{dt} - i - j = 0;$$

- równania oczkowe

$$e - u_{R1} - u_{C2} = 0, \quad L \frac{di_L}{dt} - R_2 i_{R2} = 0, \quad R_1 i_{R1} - u_{R1} = 0.$$

Należy z nich wyeliminować wszystkie zmienne, za wyjątkiem prądu i_L , napięcia u_{C2} oraz wymuszeń e i j .



Rys. 1. Schemat analizowanej sieci elektrycznej

Po niezbyt złożonych przekształceniach otrzymamy:

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{R_2}{L}i_L + \frac{R_2}{L}j, \quad \frac{du_{C2}}{dt} = -\frac{1}{R_1(C_1+C_2)}u_{C2} + \frac{1}{C_1+C_2}j + \frac{1}{R_1(C_1+C_2)}e + \frac{C_1}{C_1+C_2}\frac{de}{dt}.$$

Prąd i_L jest także wielkością wyjściową, natomiast pozostałe prądy są określone następująco:

$$i_{C1} = \frac{C_1}{R_1(C_1+C_2)}u_{C2} - \frac{C_1}{C_1+C_2}j - \frac{C_1}{R_1(C_1+C_2)}e + \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}\frac{de}{dt},$$

$$i_{C2} = -\frac{C_2}{R_1(C_1+C_2)}u_{C2} + \frac{C_2}{C_1+C_2}j + \frac{C_2}{R_1(C_1+C_2)}e + \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}\frac{de}{dt}.$$

Równania te można zapisać w postaci macierzowej:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ u_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_2}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_1(C_1+C_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_2}{L} & 0 \\ \frac{1}{C_1+C_2} & \frac{1}{R_1(C_1+C_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{C_1+C_2} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} j \\ e \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bf} + \mathbf{D}_1 \frac{d}{dt} \mathbf{f},$$

$$\begin{bmatrix} i_L \\ i_{C1} \\ i_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{R_1(C_1+C_2)} \\ 0 & -\frac{C_2}{R_1(C_1+C_2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{C_1}{C_1+C_2} & -\frac{C_1}{R_1(C_1+C_2)^2} \\ \frac{C_2}{C_1+C_2} & \frac{C_2}{R_1(C_1+C_2)^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} \\ 0 & \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} j \\ e \end{bmatrix}$$

$$= \mathbf{Cx} + \mathbf{Df} + \mathbf{D}_1 \frac{d}{dt} \mathbf{f}.$$

W równaniach tych występuje różniczkowanie sygnału wymuszającego, co nie jest korzystne. Można to wyeliminować przez podstawienie:

$$u_e = u_{C2} - \frac{C_1}{C_1+C_2}e.$$

Wówczas równania stanu przyjmą następującą postać:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bf}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Df} + \mathbf{D}_1 \frac{d}{dt} \mathbf{f}$$

gdzie:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} i_L \\ u_e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_2}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_1(C_1+C_2)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{R_2}{L} & 0 \\ \frac{1}{C_1+C_2} & \frac{C_2}{R_1(C_1+C_2)^2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} j \\ e \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} i_L \\ i_{C1} \\ i_{C2} \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{C_1}{R_1(C_1 + C_2)} \\ 0 & -\frac{C_2}{R_1(C_1 + C_2)} \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{C_1}{C_1 + C_2} & -\frac{C_1 C_2}{R_1(C_1 + C_2)^2} \\ \frac{C_2}{C_1 + C_2} & \frac{C_2^2}{R_1(C_1 + C_2)^2} \end{bmatrix}, \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \\ 0 & \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \end{bmatrix}.$$

Wylimowanie pochodnych względem wielkości wymuszających w równaniu stanu nie prowadzi jednak do podobnej redukcji w równaniach wyjść.

Model ATPDraw tego układu jest pokazany na Rys. 2. Przyjęto następujące parametry obwodu:

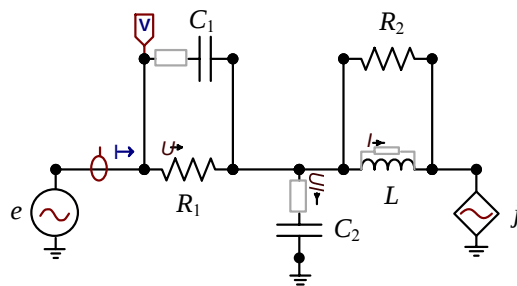
$$R_1 = 2\Omega, R_2 = 10\Omega,$$

$$L = 5\text{mH},$$

$$C_1 = 2200\mu\text{F}, C_2 = 470\mu\text{F},$$

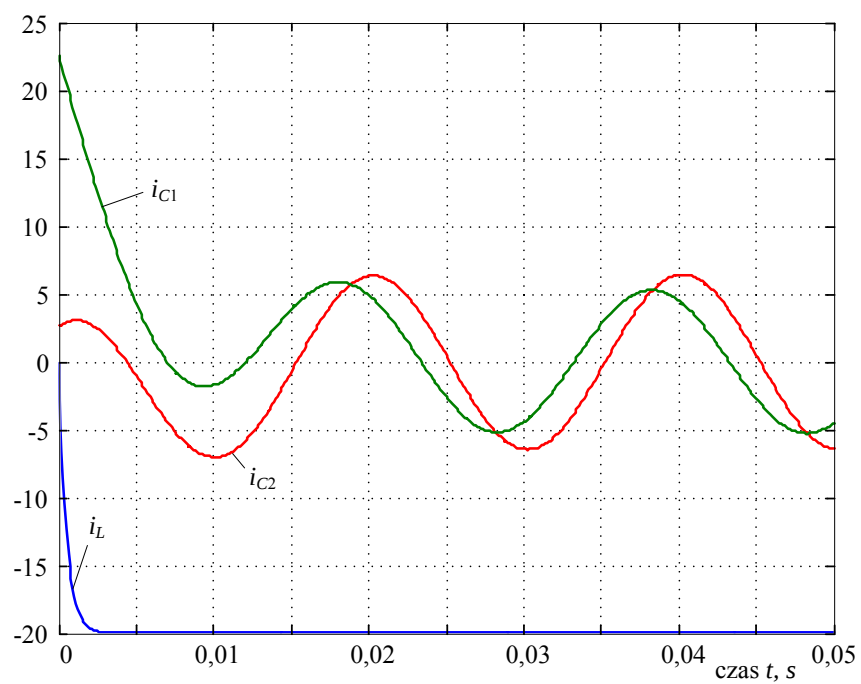
$$e(t) = 50\cos(\omega t) \text{ dla } t > 0, \omega = 100\pi,$$

$$j(t) = -20 \text{ dla } t > 0.$$



Rys. 2. Model ATPDraw rozpatrywanego układu

Można zauważyć, że oba źródła zostają załączone w czasie $t = 0$. W stanie początkowym układ jest wyzerowany.



Rys. 3. Przebiegi wielkości wyjściowych

