

Modelowanie sieci z nieliniową indukcyjnością

Ciągły model indukcyjności jest określony następującym równaniem:

$$u(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} = L(i) \frac{di(t)}{dt}$$

W przypadku nieliniowej funkcji $\psi(t)$, reprezentującej strumień elektromagnetyczny, indukcyjność $L = L(i)$ i mamy do czynienia z nieliniowym elementem.

Model cyfrowy indukcyjności jest określony następującym równaniem:

$$i(k) = Gu(k) + j(k-1)$$

gdzie w tym przypadku:

$$G = G(i(k)) = \frac{T}{2L(i(k))}$$

Modelowanie sieci z nieliniową indukcyjnością

co prowadzi do następującej postaci modelu cyfrowego:

$$i(k) = \frac{T}{2L(i(k))}u(k) + i(k-1) + \frac{T}{2L(i(k-1))}u(k-1)$$

który można rozpatrywać jak nieliniowy model rezystancji, przy czym w k -tym kroku (dla metody trapezów):

$$R(i(k)) = \frac{2L(i(k))}{T}$$

co daje:

$$i(k) = \frac{1}{R(i(k))}u(k) + j(k-1)$$

gdzie:

$$j(k-1) = i(k-1) + \frac{1}{R(i(k-1))}u(k-1), \quad R(i(k-1)) = \frac{2L(i(k-1))}{T}$$

Te wielkości pochodzą z poprzedniego kroku i nie ulegają zmianie.

Modelowanie sieci z nieliniową indukcyjnością

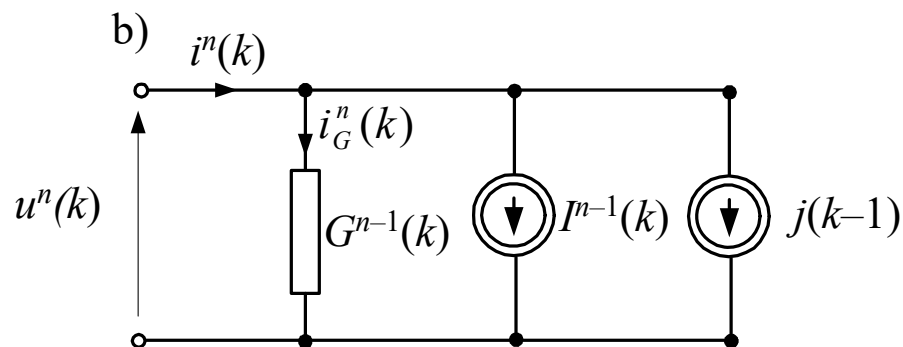
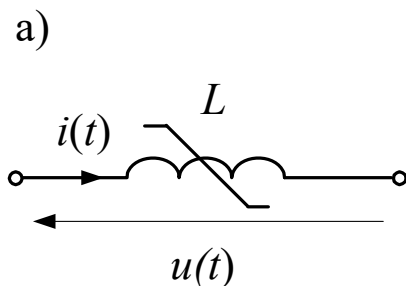
Do rozwiązania tego uwikłanego równania (prąd $i(k)$ występuje po obu stronach równania) można zastosować procedurę iteracyjną, jak dla nieliniowego opornika (przewodności):

$$i^n(k) = G(i^{n-1}(k))u^n(k) + I^{n-1}(k) + j(k-1)$$

gdzie górny indeks n odnosi się do numeru iteracji oraz:

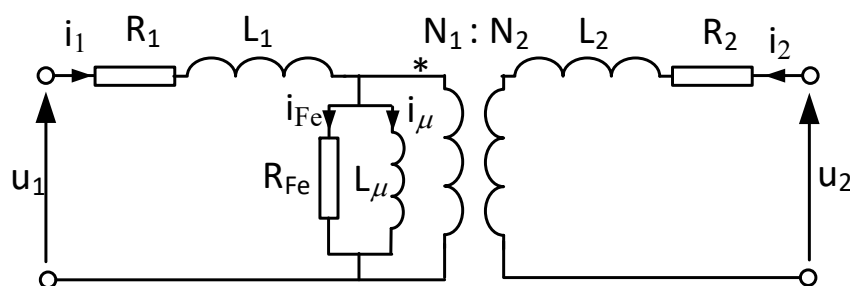
$$I^{n-1}(k) = i^{n-1}(k) - G(i^{n-1}(k))u^{n-1}(k) \quad G(i^{n-1}(k)) = \frac{T}{2L(i^{n-1}(k))}$$

Zbiegają się tutaj dwa procesy, co prowadzi do następującego schematu zastępczego modelu cyfrowego:

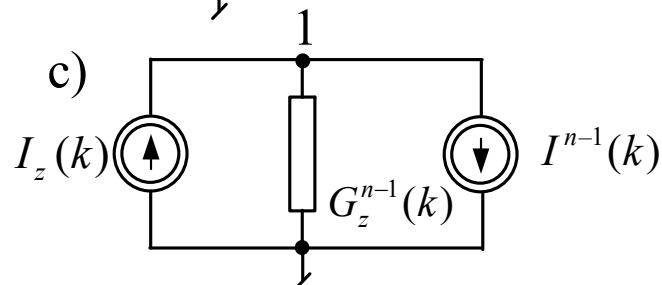
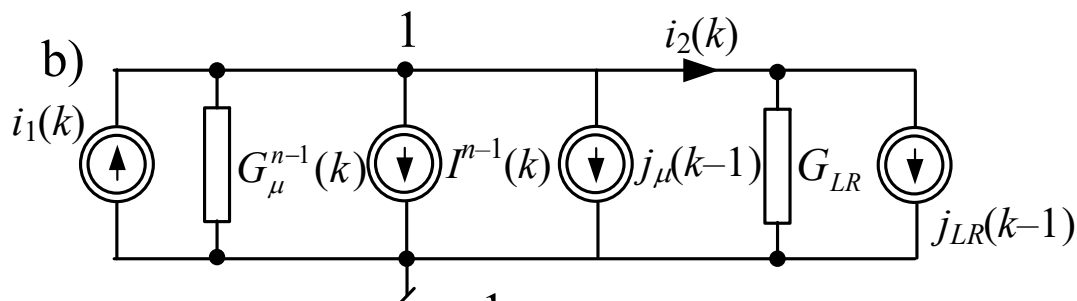
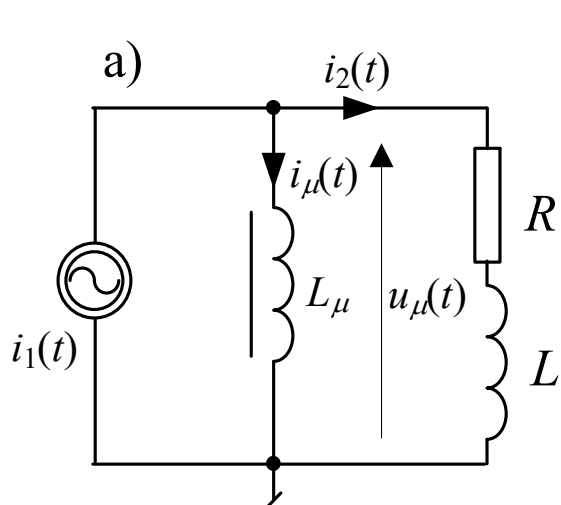


Modelowanie sieci z nieliniową indukcyjnością

Przykład_1: Zastosować cyfrowy model nieliniowej indukcyjności do symulacji stanu przejściowego w przekładniku prądowym według schematu jak na rysunku. Zastosować model skojarzony indukcyjności według metody trapezów.



Model transformatora
jednofazowego



Modelowanie sieci z nieliniową indukcyjnością

Dla schematu zastępczego rozpatrywanej sieci zredukowanego do jednego węzła można napisać następujące równanie modelu cyfrowego:

$$G_z^{n-1}(k)u_1^n(k) = I_z(k) - I^{n-1}(k)$$

gdzie:

$$G_z^{n-1}(k) = G_\mu^{n-1}(k) + G_{LR} \quad G_\mu^{n-1}(k) = \frac{T}{2L_\mu(i_\mu^{n-1}(k))} \quad G_{LR} = \frac{T}{2L + RT}$$

$$I_z(k) = i_1(k) - j_{LR}(k-1) - j_\mu(k-1) \quad I^{n-1}(k) = i_g^{n-1}(k) - G_\mu^{n-1}(k)u_1^{n-1}(k)$$

$$j_{LR}(k-1) = \frac{2L - RT}{2L + RT}i_{LR}(k-1) + G_{LR}u_1(k-1) \quad i_g^{n-1}(k) = i_\mu^{n-1}(k) - j_\mu(k-1)$$

Ponadto:

$$i_\mu^n(k) = G_\mu^{n-1}(k)u_1^n(k) + j_\mu(k-1) \quad j_\mu(k-1) = i_\mu(k-1) + G_\mu(k-1)u_1(k-1)$$

$$i_{LR}(k) = G_{LR}u_1(k) + j_{LR}(k-1)$$

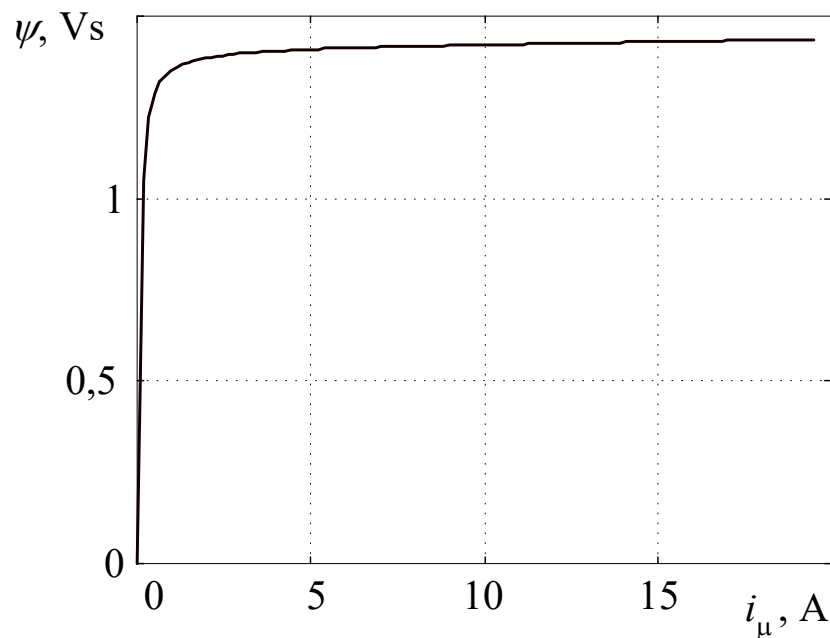
Modelowanie sieci z nieliniową indukcyjnością

Zakłada się, że charakterystyka magnesowania jest określona następującą funkcją:

$$\psi = a \operatorname{arctg}(bi_{\mu}) + ci_{\mu}$$

dla: $a = 0,9009$; $b = 14,3$; $c = 0,0012$, skąd:

$$L_{\mu}(i_{\mu}) = \frac{d\psi}{di_{\mu}} = \frac{ab}{1 + (bi_{\mu})^2} + c$$



Pozostałe parametry modelu:

$$R = 8,0\Omega, \quad L = 10,0 \text{ mH}$$

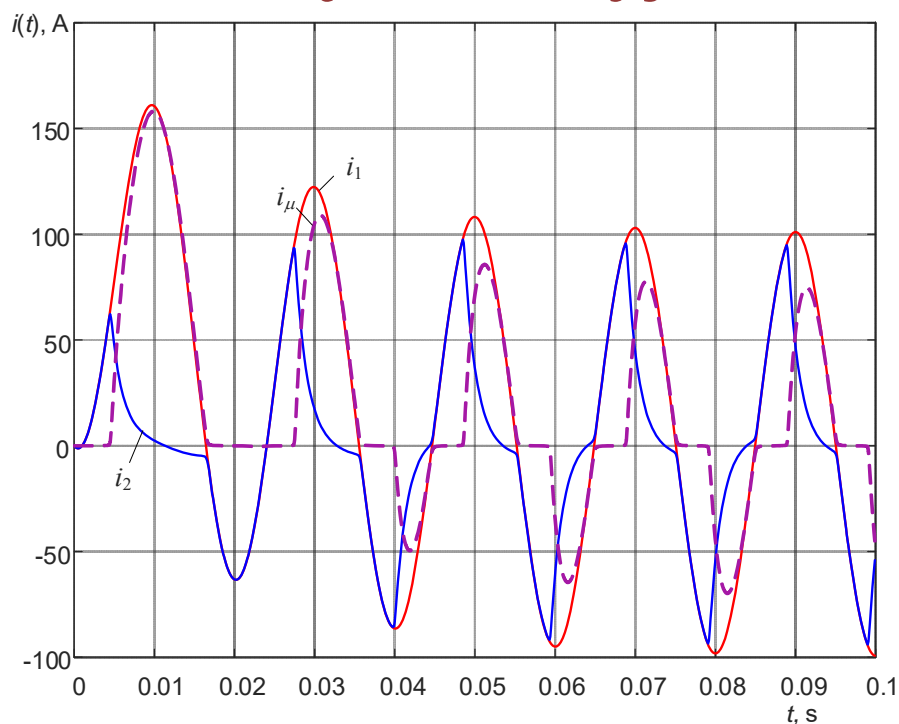
wymuszenie prądowe:

$$i_1(t) = -100(\cos(\omega t) - \exp(-t/T_a)),$$

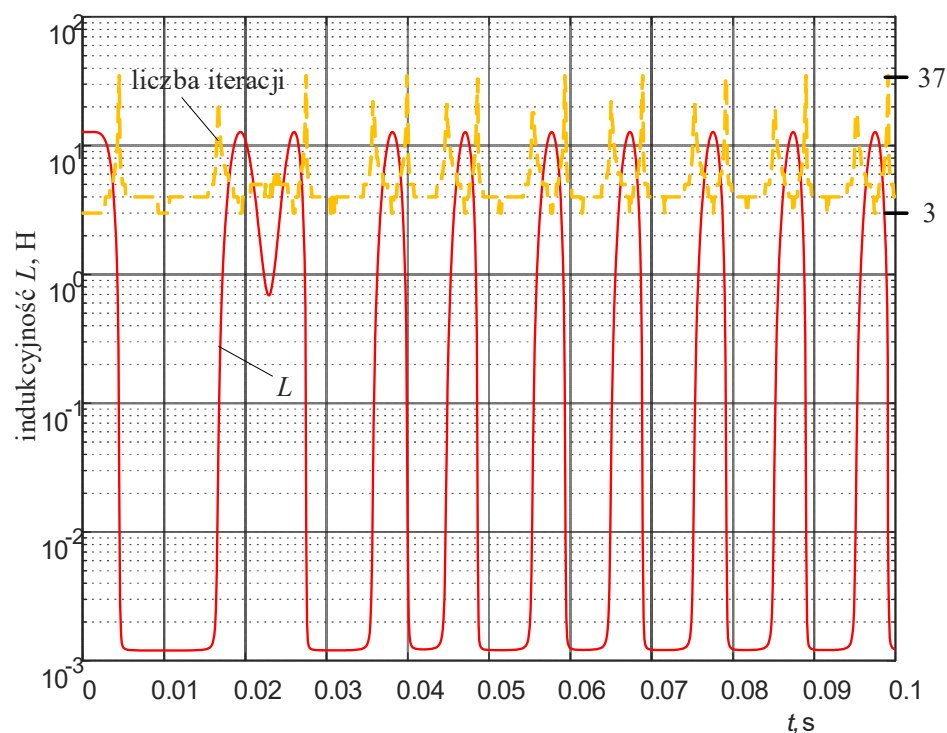
$$T_a = 0,02\text{s}, \quad \omega = 100\pi, \quad \varepsilon = 1,0\text{E-}4$$

Modelowanie sieci z nieliniową indukcyjnością

Przebiegi prądów:



Przebieg zmian indukcyjności
oraz liczba wykonanych iteracji:



Zbieżność:

$$\varepsilon = 1,0\text{E-}4 > |(i_{\mu}(k))^n - (i_{\mu}(k))^{n-1}|$$

Program znajduje się w pliku:

model2_6a.m w Przykład5

Modelowanie sieci z nieliniową indukcyjnością

Uwagi i wnioski:

- obecność składowej aperiodycznej w prądzie wejściowym istotnie wpływa na przebieg prądu magnesującego i_m , co wynika stąd, że:

$$\psi(t) = \int_{t_0}^t u_{\mu}(\tau) d\tau + \psi(t_0), \quad \psi(t) = f(i_{\mu}(t))$$

- obszar pracy układu przesuwa się do płaskiej części charakterystyki magnesowania (nasycenie rdzenia ferromagnetycznego);
- do osiągnięcia dostatecznie dobrej dokładności symulacji procedura wymaga wykonania dużej liczby iteracji;
- liczba iteracji znacząco wzrasta w przedziałach dużej zmienności indukcyjności;
- w praktycznych modelach stosuje się aproksymację odcinkowo-nieliniową charakterystyki magnesowania.

Modelowanie nieliniowej indukcyjności odcinkami

Nakład obliczeniowy w powyższej procedurze można znacznie obniżyć przez reprezentację nieliniowej charakterystyki magnesowania za pomocą odcinków, dla których indukcyjności L_μ są stałe.

Przykład 2: Dla danych z poprzedniego przykładu przyjąć, że charakterystyka magnesowania jest przybliżona za pomocą trzech odcinków o współrzędnych:

1. $i_\mu = 0,10076\text{A}, \quad \psi_\mu = 1,1104\text{Vs}, \quad L_\mu = 12,8\text{H}$
2. $i_\mu = 4,0\text{A}, \quad \psi_\mu = 1,4041\text{Vs}, \quad L_\mu = 0,13808\text{H}$
3. $i_\mu = 150,0\text{A}, \quad \psi_\mu = 1,5947\text{Vs}, \quad L_\mu = 1,30548\text{e-3H}$

Modelowanie nieliniowej indukcyjności odcinkami

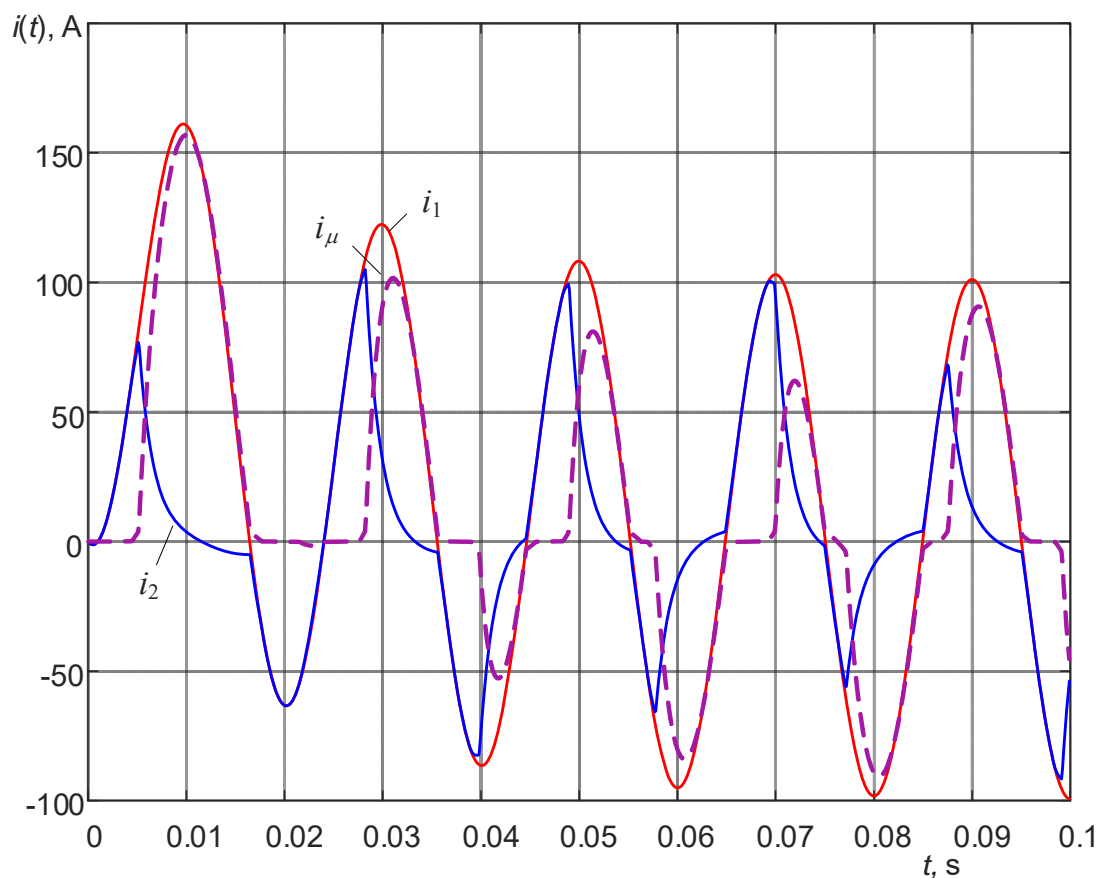
Na rysunku pokazane są zmiany indukcyjności w trakcie symulacji przebiegów z obu omawianych metod:

- przy dokładnej charakterystyce (linia czerwona);
- przy uproszczonej charakterystyce (linia niebieska).



Modelowanie sieci z nieliniową indukcyjnością

Widać, że otrzymane przebiegi tylko nieznacznie różnią się od tych, uzyskanych dla dokładnego modelu charakterystyki magnesowania.



Program w języku Matlab jest umieszczony w pliku `model2_6b.m` w `Przyklad5_MC.zip`

