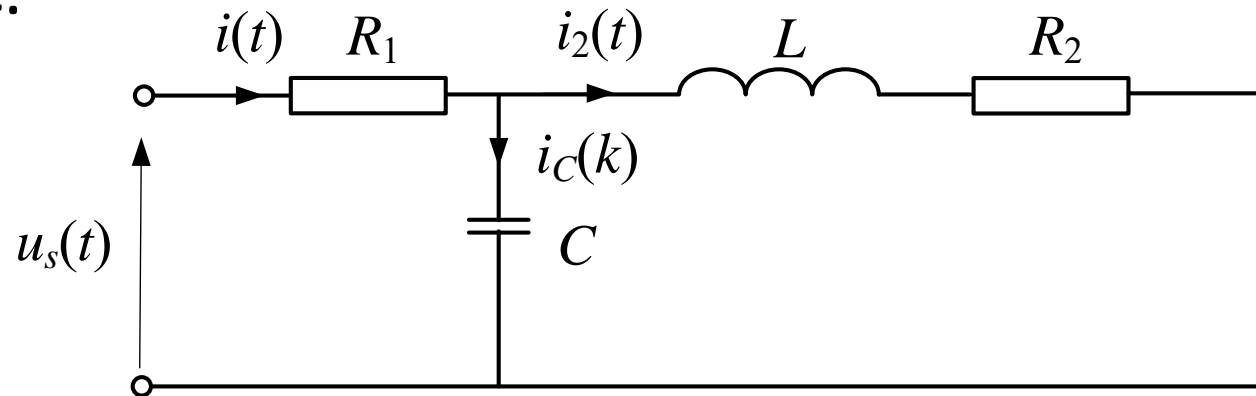


Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Przykład 1. Opracować model dynamiczny przedstawionej sieci RLC.

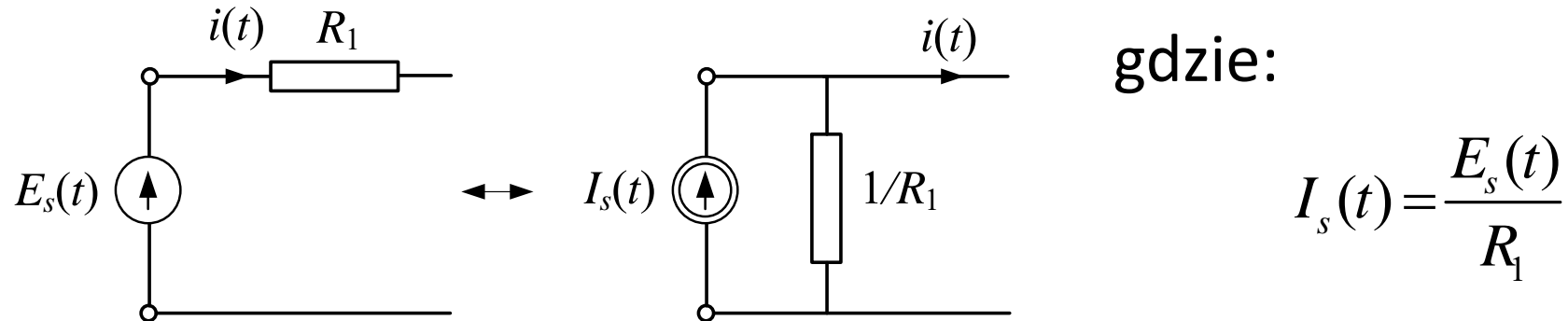


Parametry: $R_1 = 1\Omega$, $C = 97\mu\text{F}$, $L = 0,05\text{H}$, $R_2 = 0,5\Omega$;
 $u_s = 100\cos(100\pi t + \pi/3)$, krok modelowania $T = 0,0001\text{s}$.
Przyjąć całkowanie metodą trapezów.

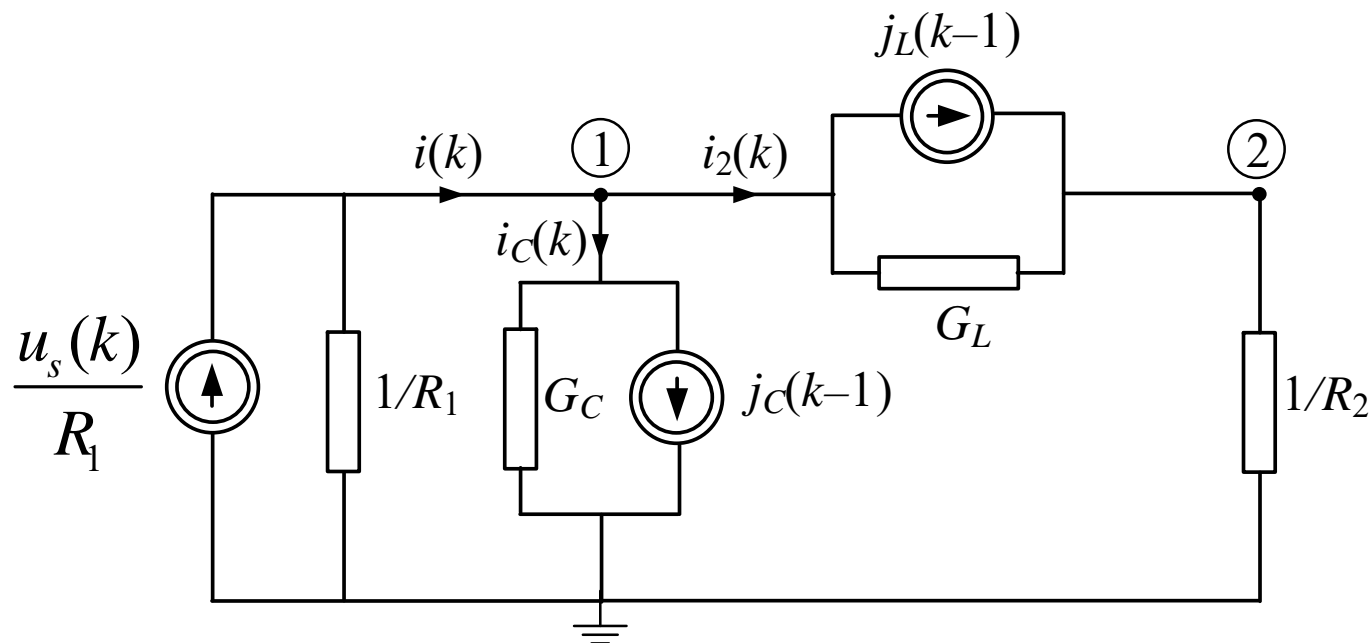
1. Oznaczyć węzły (jeden węzeł odniesienia) i przedstawić sieć w postaci prądowo-przewodnościowej.

Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Zamiana źródła napięciowego na źródło prądowe:



Inne modele na podstawie znanych zależności:



Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

W gałęziach tej sieci zachodzą następujące związki:

$$u_s(k) = U_s \cos(100\pi k + \varphi), \quad i_s(k) = u_s(k) / R_1, \quad U_s = 100, \quad \varphi = \pi / 3$$

$$i_C(k) = G_C u_1(k) + j_C(k-1), \quad j_C(k-1) = -G_C u_1(k-1) - i_C(k-1), \quad G_C = \frac{2C}{T}$$

$$i_L(k) = G_L (u_1(k) - u_2(k)) + j_L(k-1), \quad G_L = \frac{T}{2L},$$

$$j_L(k-1) = G_L (u_1(k-1) - u_2(k-1)) + i_L(k-1)$$

Model sieci:

$$\mathbf{G}_{n_w \times n_w} \mathbf{u}_{n_w \times 1} = \mathbf{i}_{n_w \times 1}, \quad n_w = 2$$

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_s(k) - j_C(k-1) - j_L(k-1) \\ j_L(k-1) \end{bmatrix},$$

$$g_{12} = -G_L \qquad g_{11} = -g_{12} + G_C + \frac{1}{R_1} = G_L + G_C + \frac{1}{R_1}$$

$$g_{12} = g_{21} \qquad g_{22} = -g_{21} + \frac{1}{R_2} = G_L + \frac{1}{R_2}$$

Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Rozwiązanie równania dla kolejnych kroków $k = 1, 2, \dots$:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{G}^{-1} \mathbf{i}(k, k-1)$$

$$\begin{bmatrix} u_1(k) \\ u_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} i_s(k) - j_C(k-1) - j_L(k-1) \\ j_L(k-1) \end{bmatrix}$$

z warunkami początkowymi: $j_C(0) = j_{C0}$, $j_L(0) = j_{L0}$

Po obliczeniu napięć w k -tym kroku można obliczyć historię źródeł prądowych dla następnego kroku:

$$j_C(k) = -G_C u_1(k) - i_C(k)$$

$$j_L(k) = G_L (u_1(k) - u_2(k)) + i_L(k)$$

W następnym kroku: $k = k+1, \dots$

Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

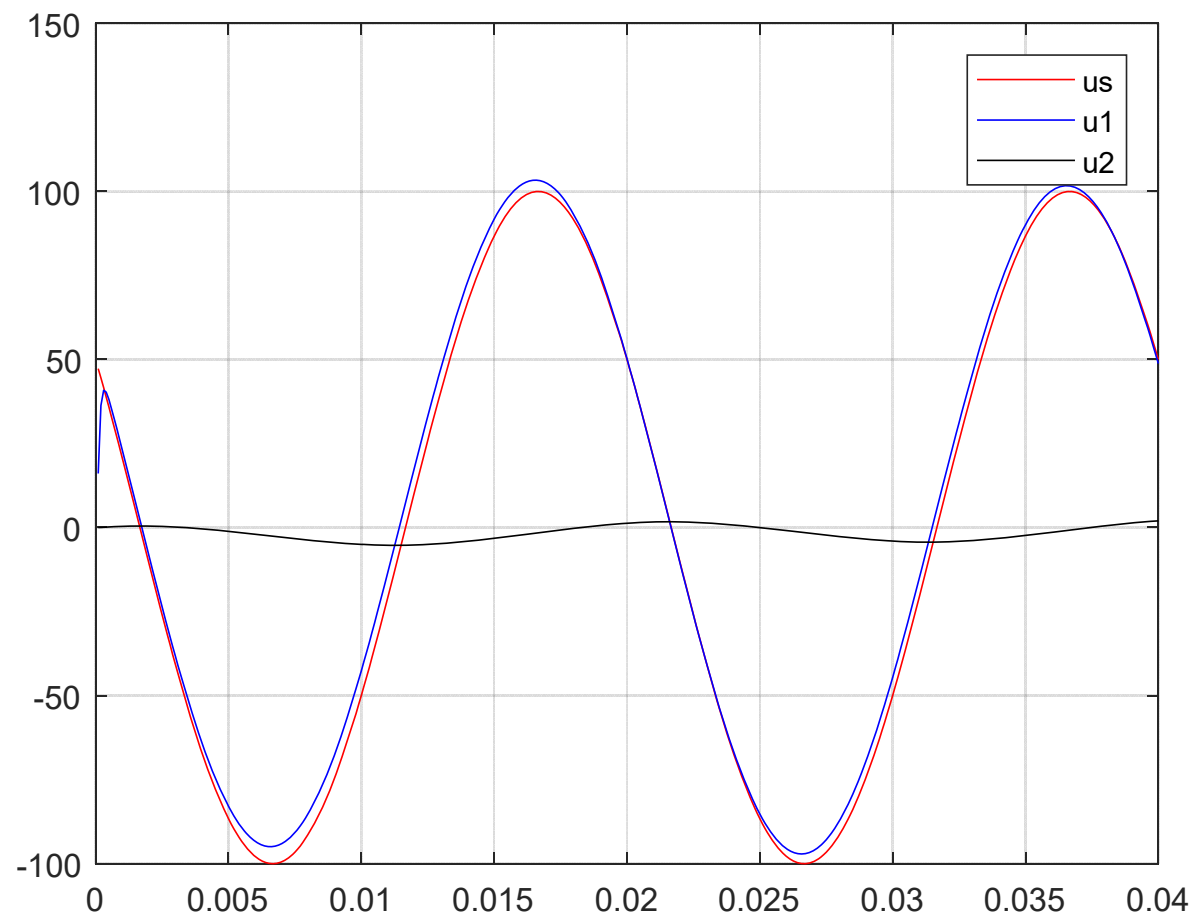
Program Przyklad1_EMR.m ilustruje działanie tej procedury dla pokazanego przykładu.

Uwagi/dyskusja:

- Łatwo sprawdzić poprawność obliczeń dla wymuszenia w postaci: $u_s(k) = 100 = \text{const}$
- Sprawdzić wyniki dla różnych kroków modelowania T .
- Wykonać obliczenia dla innych parametrów R, L, C .
- W proponowanym źródle napięciowym założono częstotliwość sygnału $f = 50\text{Hz}$ ($\omega = 2\pi f = 100$). Sprawdzić rozwiązanie dla $f = 100\text{Hz}$.
- Zmodyfikować sieć tak, aby usunąć węzeł 2 przez połączenie elementów RL w jedną gałąź. Wyprowadzić odpowiednie zależności i przeprowadzić symulację.

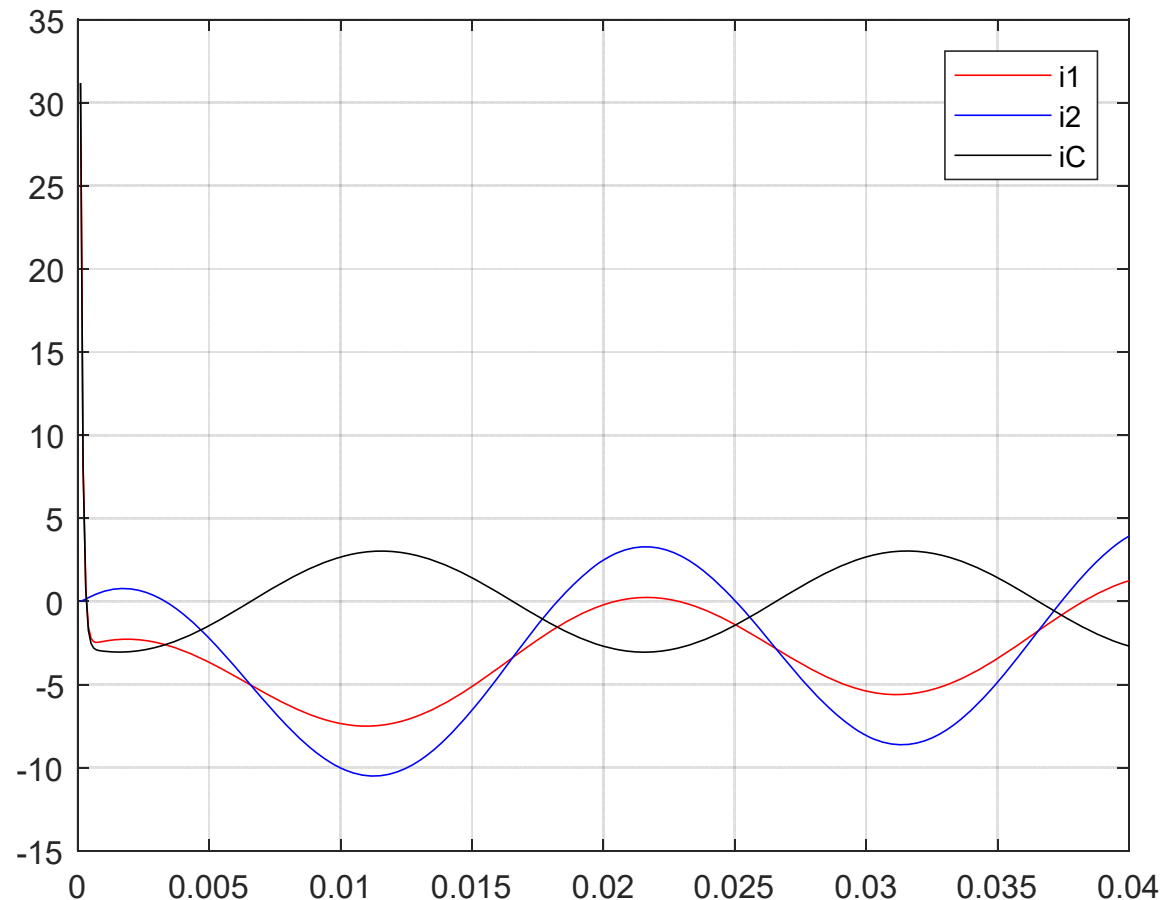
Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Przebieg napięcia zasilającego oraz napięć węzłowych



Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Wynik symulacji prądów w poszczególnych gałęziach. Widać niedopasowanie warunków początkowych do wymuszenia w postaci źródła napięciowego.



Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Modelowanie wyłączników w cyfrowych modelach sieci może być realizowane na jeden z dwóch sposobów:

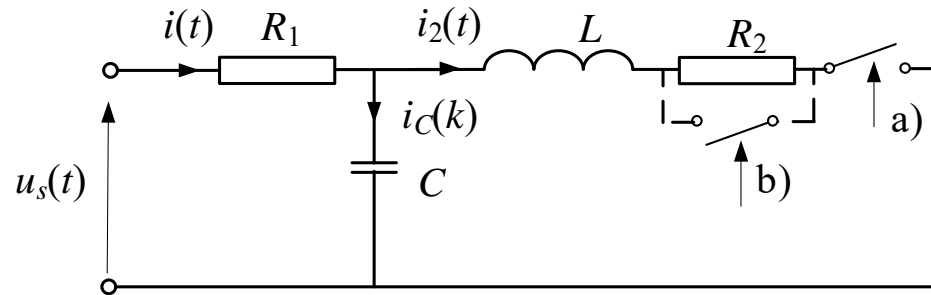
- Przez zmianę konfiguracji sieci w zależności od pozycji wyłącznika.
- Przez drastyczną zmianę parametrów elementu (opornika) odwzorowującego wyłącznik.

Ten drugi sposób jest pokazany w programie

`Przyklad1_EMR_z.m`, gdzie w pętli symulacyjnej następuje w określonym kroku wzrost wartości opornika R_2 , co symuluje odłączenie gałęzi RL. W tym przypadku następuje gwałtowna zmiana prądu płynącego przez indukcyjność, co rodzi problemy ze stabilnością numeryczną rozwiązania – powstają numeryczne oscylacje objawiające się dużymi przepięciami. Stabilizacja: urealnienie modelu indukcyjności przez równoległe włączenie określonej rezystancji.

Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

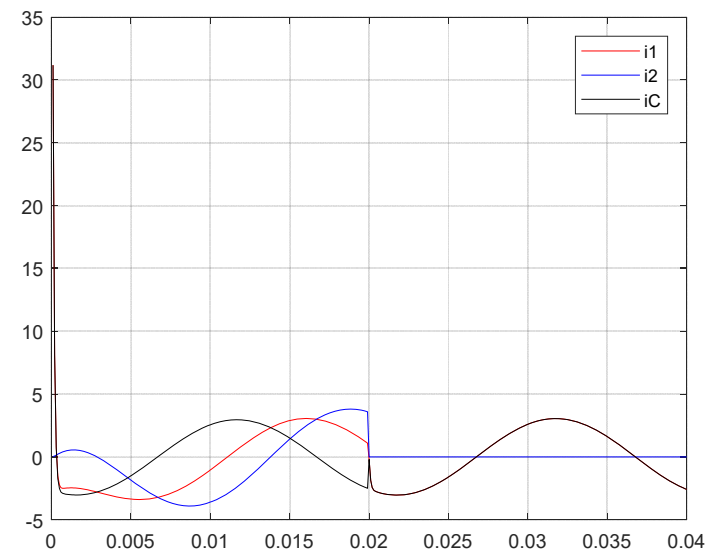
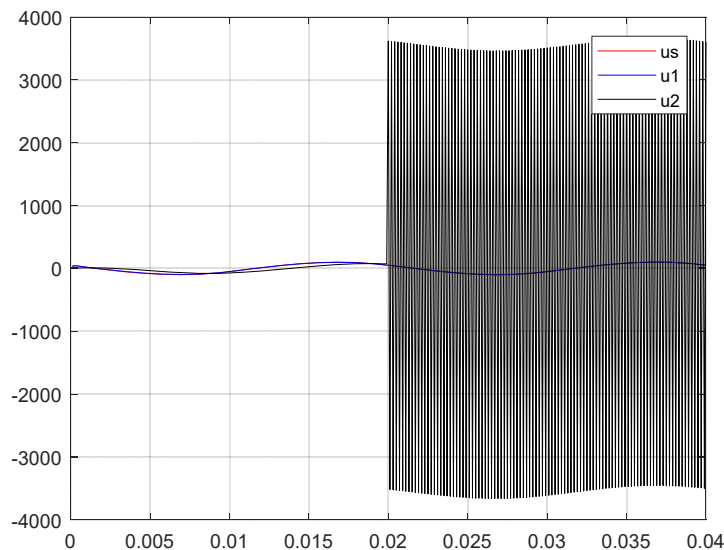
Modelowanie wyłączników w cyfrowych modelach sieci



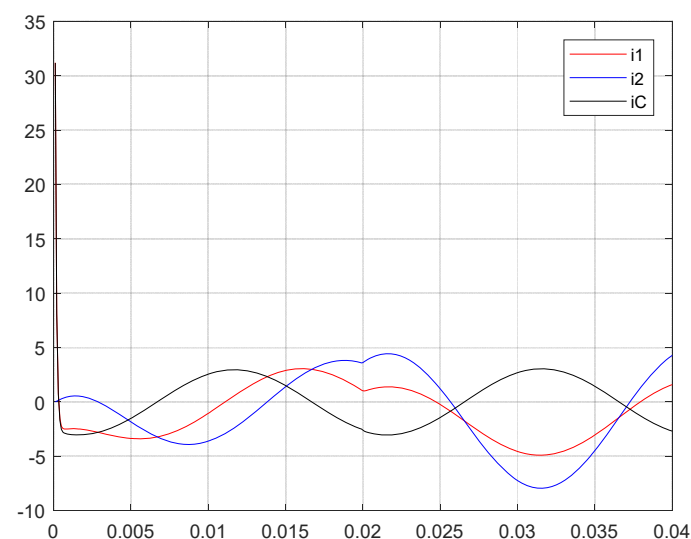
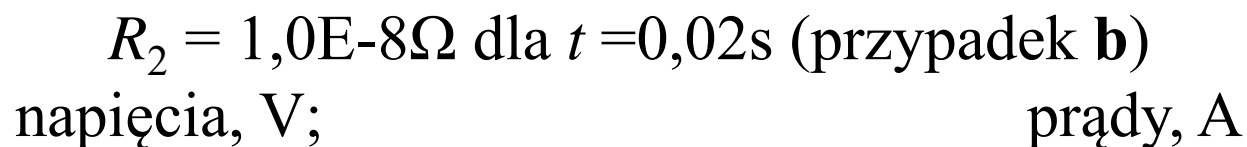
$R_2 = 1,0\text{E}8\Omega$ dla $t = 0,02\text{s}$ (przypadek **a**)

napięcia, V;

prądy, A



Modelowanie wyłączników w cyfrowych modelach sieci



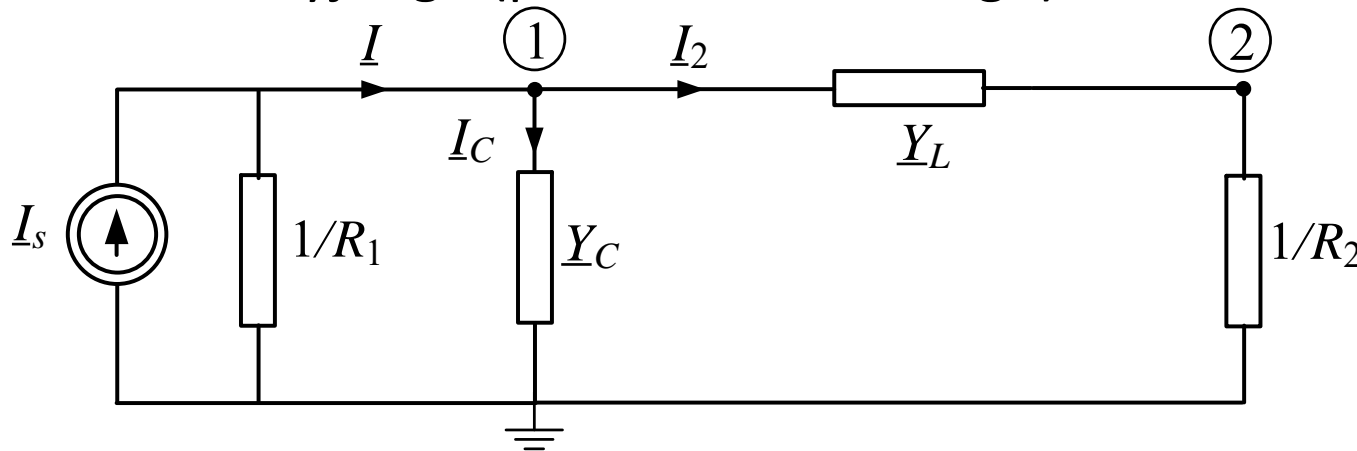
Modelowanie sieci elektrycznej - przykład

Zadania/analizy

- Korzystając z programu Przyklad1_EMR_z.m, zbadać, jak zmieniają się oscylacje numeryczne w przebiegu napięć przy mniej drastycznym wzroście rezystancji R_2 , np. do wartości 1000Ω .
- Zbadać dynamikę modelu dla przypadku b): zwarcie opornika R_2 . Przyjąć początkową wartość $R_2 = 20\Omega$, która podczas zwarcia zmienia się do wartości $1,0E-5\Omega$.

Ustalanie wartości początkowych w sieci

Wartości początkowe w sieci z elementami dynamicznymi L , C , odnoszą się do wartości prądów i napięć określonych w poprzednim kroku symulacji ($k-1$). Jest to szczególnie ważne w sieciach z wymuszeniem harmonicznym (sinusoidalnym), gdzie chcielibyśmy rozpocząć symulację od stanu ustalonego. Odpowiednie wielkości można obliczyć odwołując się do rozwiązania z zastosowaniem rachunku zespolonego. Dla rozważanego przykładu można skorzystać z modelu admitancyjnego (przewodnościowego) sieci:



gdzie: $\underline{I}_s = \underline{U}_s / R_1 = I_s (\cos \omega t + j \sin \omega t)_{t=0}$ $\underline{Y}_C = j\omega C$ $\underline{Y}_L = -j/\omega L$

Ustalanie wartości początkowych w sieci

Wygodnie jest zachować taką samą strukturę modelu sieci, jak w obliczeniach dynamicznych:

$$\begin{bmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ R_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{y}_{11} = \frac{1}{R_1} + j\omega C - \frac{j}{\omega L}$$

$$\underline{y}_{12} = \frac{j}{\omega L} = \underline{y}_{21}$$

$$\underline{y}_{22} = \frac{1}{R_2} - \frac{j}{\omega L}$$

oraz:
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{y}_{11} & \underline{y}_{12} \\ \underline{y}_{21} & \underline{y}_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{U}_s \\ R_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

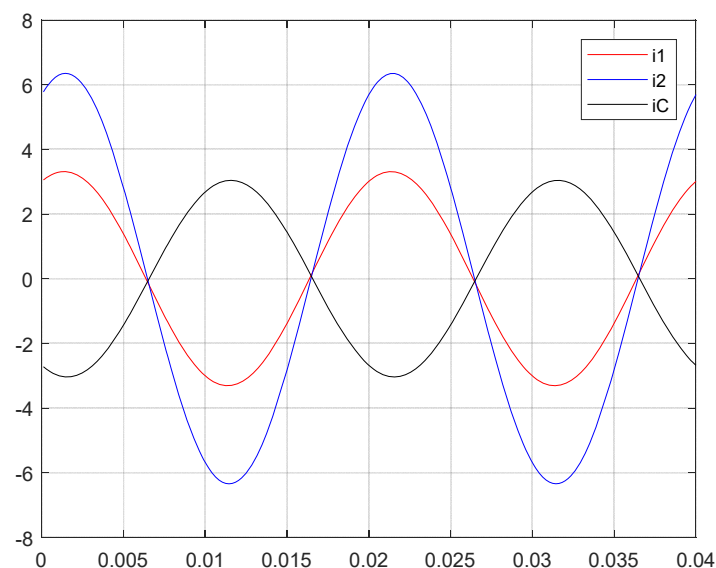
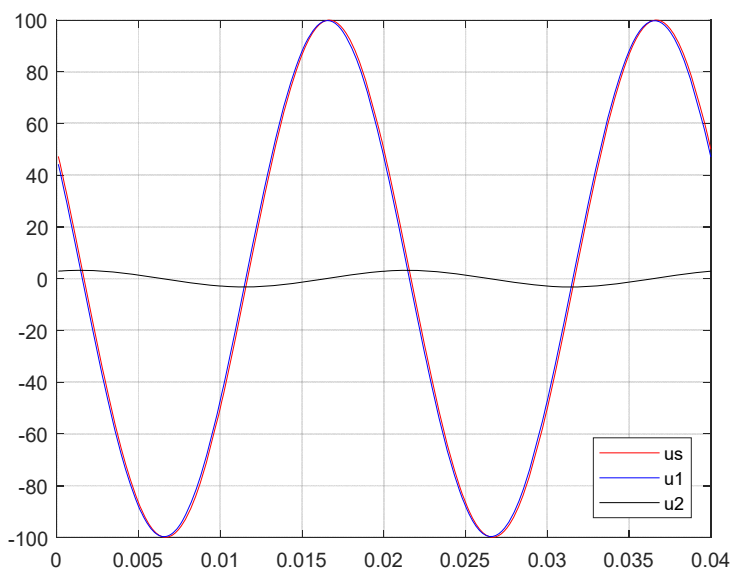
Stąd znajdujemy:

$$u_1(0) = \text{Re}(\underline{U}_1) \quad u_2(0) = \text{Re}(\underline{U}_2)$$

$$i_c(0) = \text{Re}(j\omega C \underline{U}_1) \quad i_2(0) = \text{Re}\left(\frac{-j}{\omega L} (\underline{U}_1 - \underline{U}_2)\right)$$

Ustalanie wartości początkowych w sieci

Po obliczeniu w ten sposób wartości początkowych uzyskujemy na początku stan ustalony:



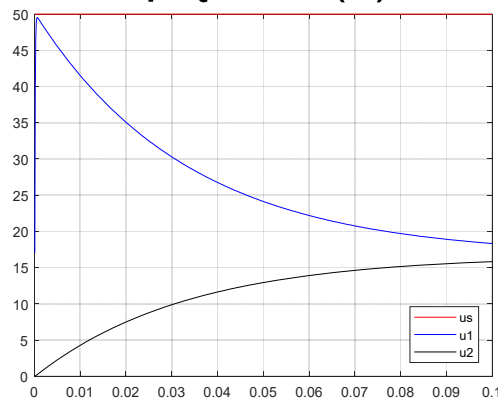
Można wówczas prowadzić symulacje różnych zjawisk na tle początkowego stanu ustalonego (sinusoidalnego).

Ustalanie wartości początkowych w sieci

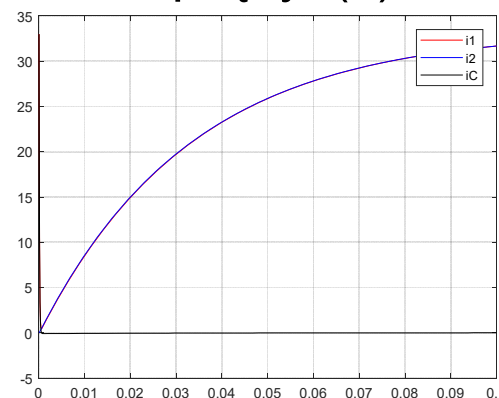
Przyjmując w tych obliczeniach bardzo małą wartość częstotliwości, np. $f = 1\text{E-}6\text{Hz}$ można w ten sposób rozwiązywać również równania prądu stałego, na przykład, dla źródła napięciowego:

$$u_s = 100\cos(2\pi f t + \pi/3) \quad \text{dla } f = 1.0\text{e-}6, \quad u_s \approx 100\cos(\pi/3)$$

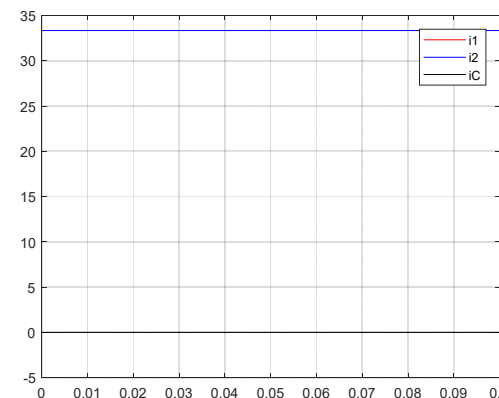
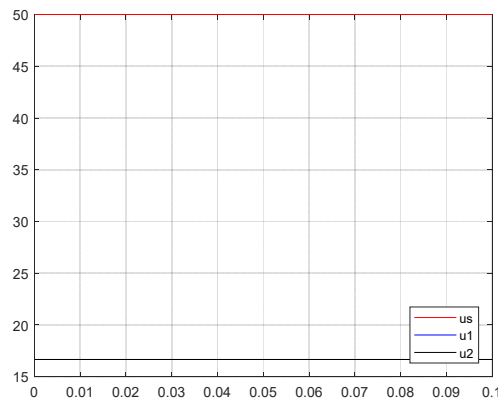
napięcia $u(k)$



prądy $i(k)$



Przebiegi dla zerowych warunków początkowych



Obliczone warunki początkowe

patrz plik:

Przyklad1_EMR_0_DC.m

Modelowanie sieci elektrycznej

Uwagi ogólne

- Proponowane metody numeryczne zakładają stosowanie stałego kroku symulacji T , który należy dobrać z punktu widzenia minimalnych błędów całkowania szybkich przebiegów. Dzięki temu uzyskuje się bardzo efektywne algorytmy obliczeniowe.
- Według podobnych reguł obliczane są stany dynamiczne w złożonych sieciach elektrycznych. Można je także rozszerzać na inne środowiska: mechaniczne, hydrauliczne i inne.
- W celu rozszerzenia zakresu zastosowania należy program uzupełnić o:
 - edytor graficzny;
 - możliwość symulacji elementów o parametrach rozłożonych (linie długie);
 - możliwość symulacji sieci nieliniowych.

